

УДК 621.833

М. Т. Таращанский, к.т.н., доцент, **Д. В. Малый**, к.т.н., доцент,
Е. Ю. Чалая, ст. преподаватель

Луганский национальный университет им. В. Даля, Луганск, ЛНР.

Тел./Факс: +38(099)9259034, E-mail: elena_chalaya@mail.ru

ЧИСЛЕННЫЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АРОЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ИСХОДНЫМИ КОНТУРАМИ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

В статье рассматриваются вопросы, необходимые для решения основных задач синтеза и анализа передач смешанного зацепления с арочными зубьями, нарезаемыми круговыми резцовыми головками, по значениям критериев работоспособности. Построена система критериев работоспособности круговых арочных передач смешанного зацепления для головки и ножки шестерни и колеса соответственно. Доказано преимущество передач этого класса перед традиционными аналогами.

Ключевые слова: арочные передачи смешанного зацепления, геометрокинематические критерии, приведенная кривизна, исходный контур, синтез, анализ.

M. T. Tarashchanskii, D. V. Maliy, E. U. Chalaya

NUMERICAL COMPARATIVE ANALYSIS OF ARCH CYLINDRICAL GEARS WITH THE ORIGINAL CONTOURS OF THE VARIOUS SYSTEMS OF GEARING

The article deals with the issues necessary to solve the main problems of synthesis and analysis of mixed gearing with arched teeth, cut circular cutter heads, according to the values of performance criteria. A system of criteria for the performance of circular arched teeth of mixed gearing for the head and leg of the gear and wheel, respectively. The advantage of transmission of this class over traditional analogues is proved.

Keywords: arched transmission mixed mesh, geometrodynamics criteria, given by the curvature, the contour of the original, synthesis, analysis.

Актуальность задачи. Работоспособность и экономические показатели современных машин в различных отраслях в существенной мере зависят от показателей работоспособности зубчатых приводов. Создание зубчатых передач с высокими критериями работоспособности обеспечивает совершенствование не только приводов, но и машин в целом, и это актуально для современного машиностроения. Целью совершенствования зубчатых приводов является повышение их нагрузочной способности без увеличения массогабаритных показателей. Арочные цилиндрические зубчатые передачи в полной мере удовлетворяют выдвигаемым требованиям, однако недостаточная изученность некоторых аспектов такого вида зацепления приводит к потере больших скрытых резервов их нагрузочной способности и надежности.

Наиболее распространенными методами нарезания арочных зубьев являются методы, основанные на использовании круговых резцовых головок с резцами, профилированными в соответствии с принятым исходным контуром (ИК). В современном машиностроении для профилирования резцов используются исходные контуры, очерченные прямыми [1, 2] и дугами окружностей [3, 4]. Арочные передачи с зубьями, образованными исходным контуром, геометрия которого синтезирована по значениям критериев работоспособности, были исследованы в работах [4, 5, 6]. Однако здесь не рассмотрены арочные передачи смешанного зацепления [7], которое не имеет присущих внеполюсным зацеплениям кинематических и технологических ограничений. В работе [8] рассмотрена геометрия арочной зубчатой передачи смешанного зацепления. Однако, зависимости, полученные в этой работе, нельзя применить

без дополнительных преобразований к арочным передачам с круговыми зубьями.

Наиболее целесообразным путем повышения технического уровня зубчатых передач является синтез геометрии ИК по критериям их работоспособности.

Цель статьи – построить математическое описание, необходимое для синтеза арочных передач смешанного зацепления по показателям качества; обосновать преимущества арочных передач смешанного зацепления перед традиционными аналогичными передачами с помощью численного сравнительного анализа по геометрокинематическим критериям работоспособности.

В основе дальнейших исследований лежит обобщенный ИК (рис. 1а), представляющий собой профиль режущей кромки резца инструмента (в общем случае – несимметричный). Здесь f_1, f_2 для головки зуба и Φ_1, Φ_2 для его ножки – произвольные, дифференцируемые функции, определяющие конфигурацию ИК. Их можно определить, решая соответствующие дифференциальные уравнения. Тем самым будет определена также и геометрия режущего инструмента.

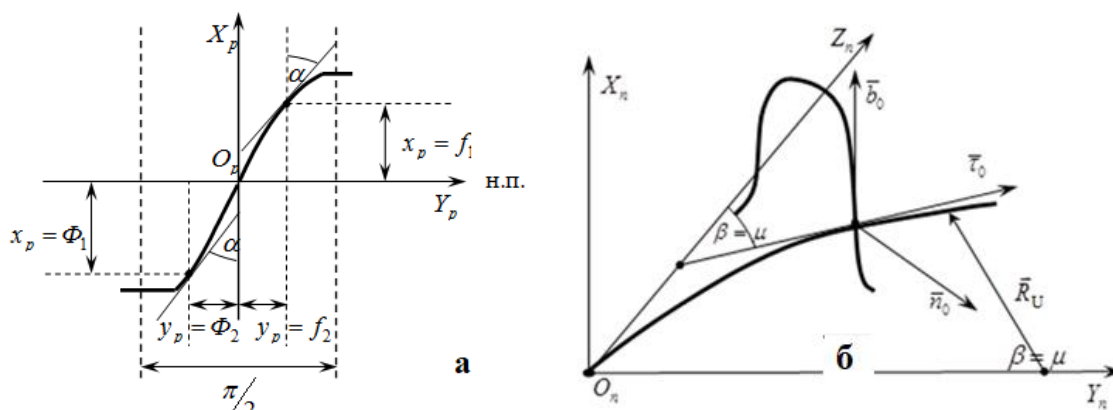


Рисунок 1. Геометрия смешанного зацепления
а – обобщенный исходный контур; **б** – продольная линия зуба

Геометрия арочных зубьев определяется двумя основными кривыми: кривой, описывающей ИК (рис. 1а), и кривой, определяющей продольную линию зуба (рис. 1б). Будем считать, что линией зуба является окружность: $x_0 \mu = 0$, $y_0 \mu = R_u (1 - \cos \mu)$, $z_0 \mu = R_u \sin \mu$, где R_u – номинальный радиус резцовой головки, μ – параметр.

Используя необходимый математический аппарат [9, 10], получены уравнения активных поверхностей круговых арочных зубьев, необходимые для определения показателей нагрузочной способности.

Работоспособность зубчатых передач оценивается двумя группами критериев: комплексными и геометрокинематическими. Для качественной оценки работоспособности передач зацеплением используются комплексные критерии [4, 9, 10]. Рассмотрим подробнее вторую группу, характеризующую локально-кинематические и гидродинамические явления в зоне контакта (для головки и ножки зуба соответственно), и нагрузочную способность передач в целом.

Скорость скольжения, если u – передаточное отношение:

$$V_{скf} = 1 + 1/u \cdot f_1 \sqrt{f_1'/f_2'^2 \cos^2 \mu + 1}, \quad V_{ск\Phi} = 1 + 1/u \cdot \Phi_1 \sqrt{\Phi_1'/\Phi_2'^2 \cos^2 \mu + 1}. \quad (1)$$

Увеличение скорости скольжения ведет к усилению трения, увеличению по-

ть в зацеплении, к увеличению износа поверхностей зубьев, и как следствие уменьшению КПД передачи. Поэтому при синтезе ее значения должны быть сведены к минимальным.

Скорости качения сопряженных поверхностей зубьев, если ω_1 – угловая скорость вращения шестерни, R_1, R_2 – радиусы начальных цилиндров:

$$\begin{aligned} V_{1f} &= \omega_1 n_f / \tau_f R_1 + f_1 \Delta_f / f_2' , & V_{1\Phi} &= \omega_1 n_\Phi / \tau_\Phi R_1 + \Phi_1 \Delta_\Phi / \Phi_2' , \\ V_{2f} &= \omega_1 n_f / u \tau_f R_2 - f_1 \Delta_f / f_2' , & V_{2\Phi} &= \omega_1 n_\Phi / u \tau_\Phi R_2 - \Phi_1 \Delta_\Phi / \Phi_2' . \end{aligned} \quad (2)$$

Суммарная скорость качения рабочих поверхностей:

$$V_{\Sigma f} = \omega_1 n_f / \tau_f 2R_i \pm f_1' \Delta_f / f_2' 1 - 1/u , \quad V_{\Sigma \Phi} = \omega_1 n_\Phi / \tau_\Phi 2R_i \pm \Phi_1' \Delta_\Phi / \Phi_2' 1 - 1/u \quad (3)$$

Эта скорость складывается из скоростей качения сопряженных поверхностей зубьев шестерни и колеса (2). При ее увеличении улучшаются условия контактирования зубьев.

Приведенная кривизна активных поверхностей арочных зубьев:

$$\begin{aligned} \chi_{np f} &= f_2' \tau_f^2 / n_f^3 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2 - f_1 \Delta_f / f_2' R_1 + f_1 \Delta_f / f_2'} , \\ \chi_{np \Phi} &= \Phi_2' \tau_\Phi^2 / n_\Phi^3 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2 - \Phi_1 \Delta_\Phi / \Phi_2' R_1 + \Phi_1 \Delta_\Phi / \Phi_2'} . \end{aligned} \quad (4)$$

Это – один из основных критериев работоспособности передач, зависящий от геометрии зацепления. Чем меньше приведенная кривизна, тем больше площадка контакта, тем меньше контактный износ. Она влияет на все комплексные критерии, в частности, на контактную прочность.

Удельные скольжения зубьев шестерни и колеса:

$$\eta_{if} = \pm 1 + 1/u f_1 \Delta_f / R_i f_2' \pm f_1 \Delta_f , \quad \eta_{i\Phi} = \pm 1 + 1/u \Phi_1 \Delta_\Phi / R_i \Phi_2' \pm \Phi_1 \Delta_\Phi . \quad (5)$$

Верхний знак соответствует выпуклой стороне зуба, нижний знак – вогнутой. Эти критерии также зависят от геометрии зубьев, в частности от вида ИК. Их применяют для более объективной оценки приработки зубьев. При синтезе геометрии ИК их величины должны быть как можно меньше, так как иначе будут усиливаться трение, износ, уменьшаться КПД передачи.

Угол ν между вектором скорости и направлением контактной линии:

$$\nu_f = \arctg \frac{n_f \Delta_f}{\Delta_{1f} \sin \mu \cos \mu} , \quad \nu_\Phi = \arctg \frac{n_\Phi \Delta_\Phi}{\Delta_{1\Phi} \sin \mu \cos \mu} . \quad (6)$$

Этот критерий оказывает влияние на нагрузочную способность и формирование масляного клина между контактирующими поверхностями. Передачи с большим углом обладают более высокой нагрузочной способностью.

Специальные обозначения, зависящие от геометрии зацепления:

$$\begin{aligned} \Omega_{1f} &= f_1 f_1' / f_2' , \quad \Omega_{1\Phi} = \Phi_1 \Phi_1' / \Phi_2' , \quad \Omega_{2f} = \Omega_{1f} + f_2 , \quad \Omega_{2\Phi} = \Omega_{1\Phi} + \Phi_2 , \\ n_f &= \sqrt{f_1'^2 + f_2'^2} , \quad n_\Phi = \sqrt{\Phi_1'^2 + \Phi_2'^2} , \quad K_{nf} = 1/ R_u + f_2 , \quad K_{n\Phi} = 1/ R_u + \Phi_2 . \\ \tau_f &= \sqrt{n_f^2 \sin^2 \mu 1 + \Omega_{1f} K_{nf}^2 + \Omega_{2f}^2 \cos^2 \mu} , \quad \tau_\Phi = \sqrt{n_\Phi^2 \sin^2 \mu 1 + \Omega_{1\Phi} K_{n\Phi}^2 + \Omega_{2\Phi}^2 \cos^2 \mu} , \end{aligned}$$

$$\Delta f = \Omega'_{2f} \cos^2 \mu + f'_2 (1 + \Omega_{1f} K_{nf} \sin^2 \mu), \quad \Delta \Phi = \Omega'_{2\Phi} \cos^2 \mu + \Phi'_2 (1 + \Omega_{1\Phi} K_{n\Phi} \sin^2 \mu).$$

$$v_f = \operatorname{arctg} \frac{n_f \Delta f}{\Delta_{1f} \sin \mu \cos \mu}, \quad v_\Phi = \operatorname{arctg} \frac{n_\Phi \Delta \Phi}{\Delta_{1\Phi} \sin \mu \cos \mu}.$$

Анализ полученных соотношений (1)-(6) с учетом ограничений параметров ИК показывает, что наиболее целесообразно осуществлять синтез новой геометрии по заданной приведенной кривизне, обеспечивая наименьшее ее значение в пределах поля зацепления.

Тогда равенства (4) представляют собой дифференциальные уравнения, численное решение которых позволяет определить функции f_2 f_1 , Φ_2 Φ_1 и их производные, а значит и производящую поверхность, которая обеспечивает заданный критерий работоспособности передачи. Необходимые для синтеза конструктивные и технологические ограничения приведены в табл. 1.

Таблица 1. – Исходные данные для синтеза

Радиусы начальных цилиндров шестерни и колеса	$R_1 = R_2 = 9$
Модуль в среднем нормальном сечении	$m_n = 1 \text{ мм}$
Количество зубьев шестерни и колеса	$z_1 = z_2 = 18$
Угол, соответствующий среднему сечению арки	$\mu = 0$
Приведенная кривизна	$\bar{\chi}_{np} < 3$
Границы для независимых переменных	$-1 \leq \Phi_1 < 0, 0 \leq f_1 \leq 1$
Коэффициент перекрытия при $\mu = 0$	$\varepsilon \geq 1,2$
Толщина вершин зубьев рейки	$S_{a0} \geq 0,6$

Полученный в результате синтеза несимметричный ИК (рис. 2) подвергаем численному сравнительному исследованию наряду с традиционными передачами.

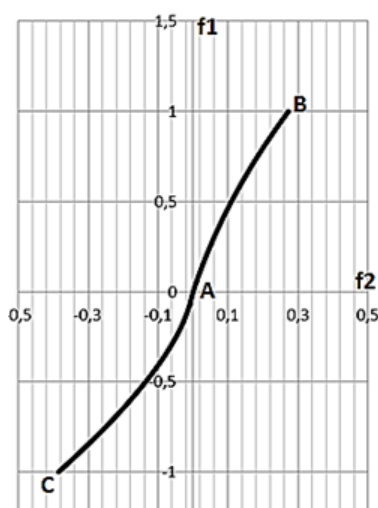


Рисунок 2. Синтезированный несимметричный ИК.

В качестве традиционного аналога выбрана квазиэвольвентная арочная передача, зубья которой нарезаны резцами с прямолинейными режущими кромками с профильным углом $\alpha = 20^\circ$. Геометрические параметры, материал, термическая об-

работка всех анализируемых передач одинаковые.

Численный анализ проводился по показателям работоспособности (1)-(6) и всем комплексным критериям работоспособности. Результаты анализа представлены ниже графиками на рисунках 3-6. На графиках по вертикальной оси расположены значения аргумента f_1 , Φ_1 , по горизонтальной – значения анализируемых показателей качества. Графики были получены с учетом поля зацепления при фиксированных значениях угла φ_1 поворота шестерни. Значения угла φ_1 указаны в градусах рядом с соответствующими линиями. Численное теоретическое исследование было проведено для величины передаточного числа $u = 1$.

На всех представленных ниже рисунках: **а** – для квазиэвольвентной передачи, **б** – для синтезированной передачи (несимметричный ИК).

Результаты численного сравнительного анализа. Из анализа значений геометрокинематических критериев следует:

1. Значения скорости скольжения $V_{ск}$ при синтезе должны быть как можно меньше. Для синтезированной передачи (рис. 3б) этот критерий уменьшается на головке зуба в 1,1...1,3 раза, на ножке – в 1,1...1,4 раза по сравнению с традиционной передачей (рис. 3а). Следовательно, уменьшается трение, износ, потери в зацеплении.

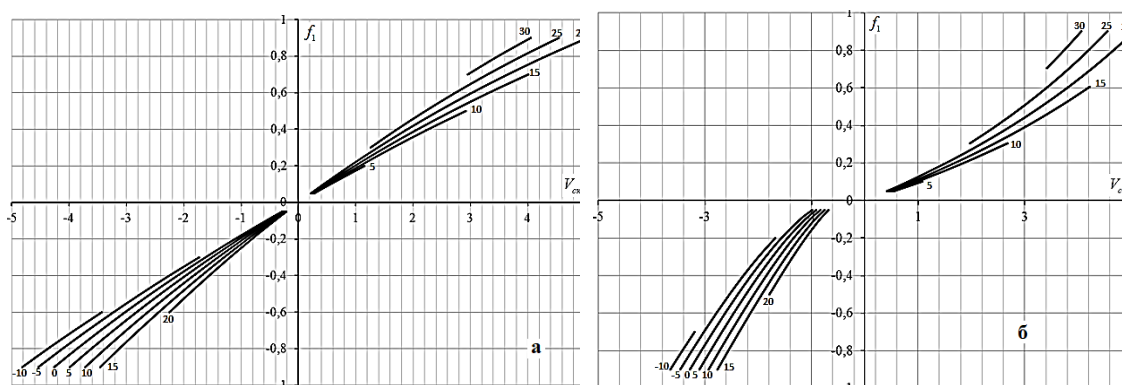


Рисунок 3. Скорость скольжения.

2. Синтезированная передача (рис. 4б) имеет суммарную скорость на головке в 1,3...1,7 раза больше, на ножке в 1,5...2,6 раза больше, чем в зацеплении квазиэвольвентной передачи (рис. 4а). Это свидетельствует об улучшении условий контактирования зубьев.

3. Из анализа следует, что синтезированная передача (рис. 5б) имеет приведенную кривизну на головке зуба в 1,3...2,8 раза меньшую, на ножке в 2,3...7 раз меньшую, чем традиционная передача (рис. 5а) при тех же условиях. Это сказывается на увеличении контактной прочности и уменьшении износа.

4. Улучшения также наблюдаются и для удельных скольжений зубьев шестерни и колеса.

5. Следует отметить, что при однокритериальном синтезе невозможно добиться улучшения абсолютно всех критериев качества. Так в данном случае угол ν между вектором относительной скорости и направлением контактной линии показывает обратную динамику (рис. 6). А именно, на головке зуба значения угла ν для

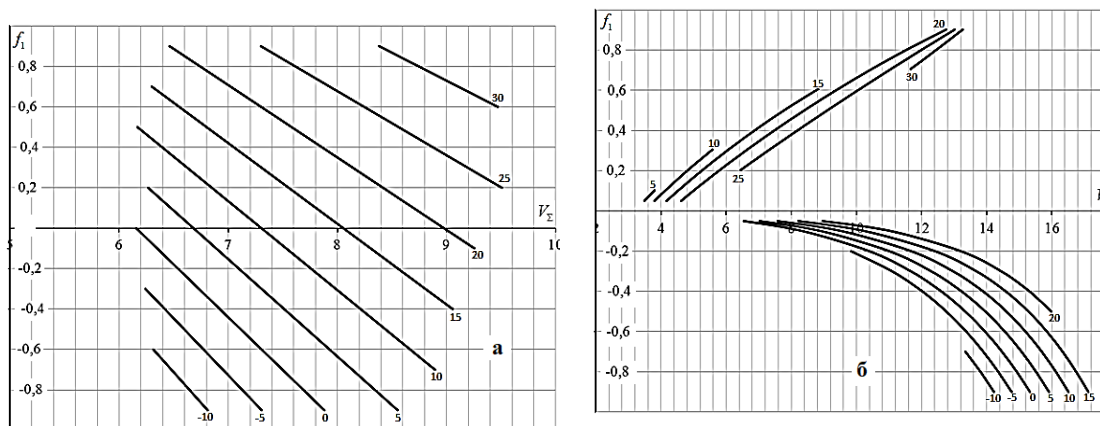


Рисунок 4. Суммарная скорость качения.

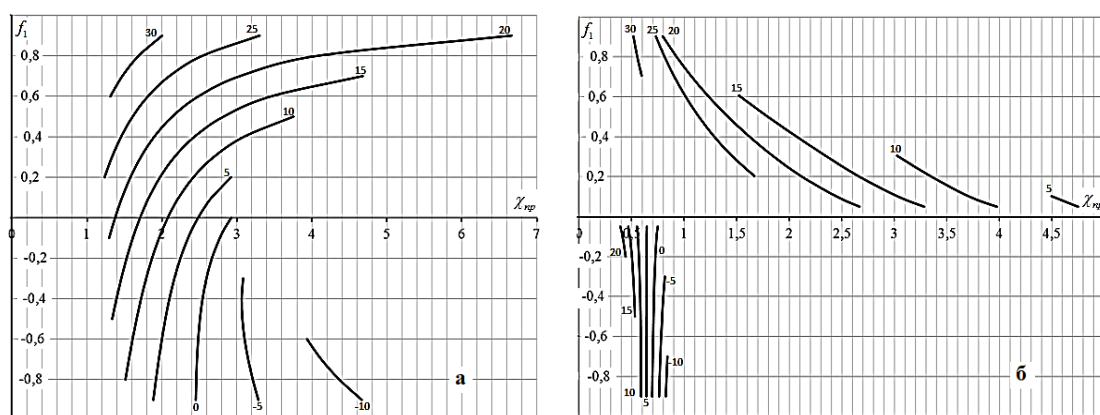


Рисунок 5. Относительная приведенная кривизна

анализируемых передач примерно равные. На его ножке для традиционной передачи (рис. 6а) значения угла ν в 1,2... 1,5 раз больше, чем для передачи смешанного зацепления (рис. 6б).

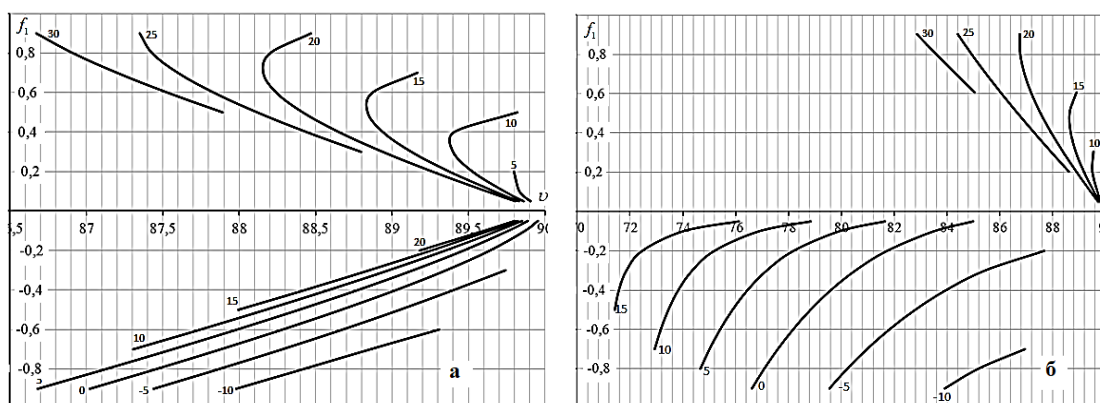


Рисунок 6. Угол между вектором скорости и контактной линией

6. Аналогично численный сравнительный анализ проведен для комплексных критериев работоспособности круговых арочных передач смешанного зацепления,

по результатам которого сделаны соответствующие выводы и даны рекомендации.

Выводы.

1. Построена система критериев работоспособности арочных цилиндрических зубчатых передач смешанного зацепления.

2. Из проведенного численного анализа следует, что созданная на базе синтезированного ИК передача имеет значительные преимущества по сравнению с традиционными аналогами: по геометрокинематическим характеристикам это превосходство составляет в среднем **10-15%**, по нагрузочной способности – **20-25%**.

3. Наибольший эффект от применения смешанного зацепления наблюдается в основании зуба шестерни. Это связано с тем, что число зубьев близко к минимально допустимому, исходя из условия отсутствия подрезания. Повышение показателей работоспособности на зубьях колеса, напротив, незначительное по сравнению с шестерней. Поэтому наибольший эффект от применения смешанного зацепления ожидается в передачах с минимальным числом зубьев.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гавриленко, В. А. Зубчатые передачи в машиностроении / Гавриленко В.А. – М.: Машгиз, 1962. – 532 с.

2. Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф.Л. Литвин. – М.:Изд-во «Наука», 1968. – 584 с.

3. Скляр, А. Е. Исследование цилиндрических передач с круговыми зубьями: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02 / А.Е. Скляр – Ворошиловград, 1973. – 167 с.

4. Малый, В. В. Численный многокритериальный анализ арочных зубчатых передач с различными исходными контурами / В.В. Малый, Д. В. Малый // Вестник ЛНУ им. В. Даля. – Луганск, 2017. – №1(3), ч.1. – С. 66-71.

5. Вулгаков, Э. В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами / Э. В. Вулгаков. – М.: Машиностроение. 1974. – 264 с.

6. Шишов, В. П. Цилиндрические передачи с арочными зубьями (теория, анализ, синтез): монография / В.П. Шишов, П. Л. Носко, О. А. Ревякина – Луганск: Изд-во ВЛУ им. В. Даля, 2004. – 336с.

7. Шишов, В. П. Геометро-кинематические показатели цилиндрических зубчатых передач с арочными зубьями / В. П. Шишов, П. В. Филь, О. А. Ревякина, А. А. Мухоматов // Ресурсосберегающие технологии производства и обработки давлением материалов в машиностроении. Сб. научн. работ. – Луганск: Изд. ВЛУ, 2001. – С. 193-200.

8. Шишов, В.П. Високонвантажени циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубцями / В.П. Шишов, П. Л. Носко, П. Н. Ткач, П. В. Филь. – Луганськ: СЛУ ім. В. Даля. – 2005.

9. Чалая, Е. Ю. Арочные цилиндрические зубчатые передачи смешанного зацепления с улучшенными критериями работоспособности / Е. Ю. Чалая // Вестник ЛНУ им. В. Даля. – Луганск, 2017. – №1(3). – Ч.1. – С. 92-97.

10. Ткач, П. М. Геометрокінематичні критерії працездатності циліндричних аркових передач змішаного зацеплення з круговим зубом / П. М. Ткач, О. Ю. Чала // Вісник НТУ «ХП». Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ «ХП», 2014. – №31 (1074). – С. 163-168.

Поступила в редколлегию 19.05.2019 г.